A proposito di finito/infinito

Qui sono elencate alcune proposte che sono state costruite dai vari gruppi nella riunione dell'11 gennaio sul tema "A proposito di finito/infinito".
Visto che lo strumento indispensabile per lavorare in quest'ambito è – a giudizio comune - il concetto di "corrispondenza biunivoca", molte delle proposte sono dedicate a illustrare tale concetto.
Si tratta o di resoconti di attività effettivamente svolte o di proposte di attività da compiere o di testi di giochi. Nella redazione finale è stato mantenuto lo stile comunicativo di ogni gruppo di lavoro.

CLASSE I

1. *Lo scorrere del tempo per confrontarsi con la linea dei numeri fino a numeri molto grandi*
Ins.: OK, ragazzi, iniziamo a lavorare, scriviamo la data: 08/01/2007 ALT! Anno nuovo! Abbiamo cambiato anno; che anno abbiamo lasciato?
B: il 2006!
Ins.: e prima del 2006 cosa c'era?
B: il 2005!
I: e prima ancora?
B: il 2004!
B: ma dove vuoi farci arrivare? All'anno "0"?
I: perché, secondo voi ci si ferma lì?
B: no, possiamo andare ancora indietro perché prima dell'anno "0", cioè l'anno in cui è nato Gesù, c'erano altri anni. Non si sa quanti, forse sono iniziati con il Big Bang, o forse ancora prima, perché il tempo passava lo stesso anche se non c'erano forme di vita. E gli anni continueranno a passare anche dopo la nostra morte.
(autore gruppo I A)

2. *Confronto fra bambini sulle loro idee di finito e infinito*
B: le stelle sono infinite!
Ins.: sei proprio sicuro?
B: e come faccio a contarle? …perdo il conto!...
I: allora troviamo un metodo per poterle contare
Potremmo fotografare il cielo a pezzi e, con tanta tanta pazienza, sbarrando quelle già contate, potremmo riuscire a scoprire quante stelle illuminano il nostro cielo.
Il numero delle stelle ci dice che le stelle sono un insieme finito.
B: … ma il cielo è infinito!
I: se parliamo di cielo come di spazio, per le nostre conoscenze attuali, visto che nessuno ha scoperto il confine, possiamo pensare allo spazio come infinito.
(autore gruppo I A)

3. *Perché non ci basta dire tanto o poco*
Ins: Guardiamo il grafico del tempo che abbiamo costruito in questo mese di dicembre:

- 13 gg di sole
- 8 gg variabili
- 2 gg di nebbia
- 5 gg nuvolosi
- 3 gg di pioggia

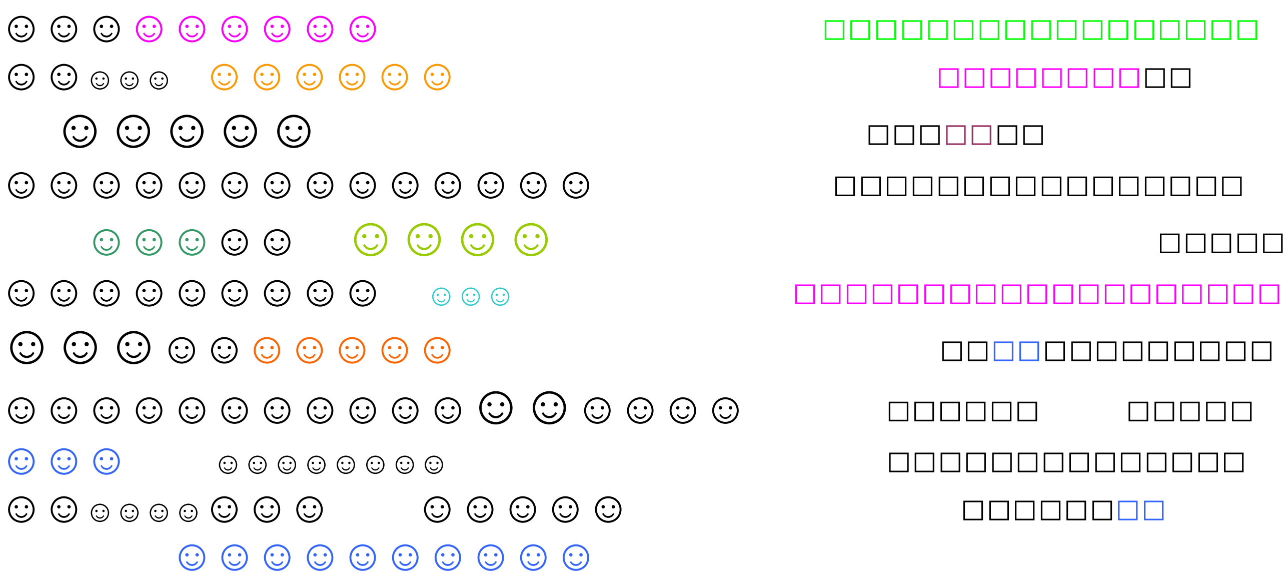
B: i giorni di "sole" sono tanti, i giorni di "nebbia" sono pochi, ma i giorni di "variabile" sono tanti o pochi?
RIFLESSIONE: ecco un caso in cui si può cominciare a costruire valutazioni meno vaghe, introducendo l'operazione di confronto fra più quantità: maggiore e minore, "sono di più" e "sono di meno", perché non è difficile riconoscere che il concetto di tanto e poco è sempre relativo al vissuto personale del singolo.
(autore gruppo I A)

4. *Senza paura verso il numero… più grande*
Nel momento in cui si affronta, in una classe prima, la serie numerica (anche se a livello pratico si arriva fino al numero 9, al massimo fino al 20) è possibile invogliare i bambini a parlare dei numeri più grandi, a farli contare e a lasciare che da loro emerga (e nell'esperienza dei partecipanti è sempre emerso) il concetto di "ancora di più", "sempre più grande", "i numeri non finiscono mai".
(autore gruppo I A)

CLASSE II

1. *Le scale, che fatica!*
Nella nostra scuola, alle ore 12.30 gli alunni vanno tutti insieme a pranzare nel refettorio, a piano terra, in fondo al cortile. Noi siamo all'ultimo piano e finisce sempre che ci tocca tornare su a prendere le sedie perché non ce ne sono mai abbastanza. Questa volta la maestra Paola ha avuto un'idea: con il telefonino ha fatto una foto delle sedie che ci sono già nel refettorio e si è fatta dire quanti bambini sono previsti oggi. Ce li ha disegnati qui sotto e ci ha detto che possiamo capire se ci sono o no abbastanza sedie. Se ce la facciamo mangiamo subito anche noi!

Bambini presenti a scuola — sedie del refettorio



(dovremmo disegnare 122 bambini e 120 sedie)

Abbiamo provato a contare i bambini, ma ci siamo subito accorti che noi non sappiamo contare numeri così grandi.
Come fareste voi a dire se dobbiamo portare giù delle sedie oppure no?
(autore gruppo II A)

2. *Il treno favoloso*
Cari amici,
oggi la maestra Lucia è arrivata con un problema incredibile. Ve lo copiamo qui sotto.
SU DEI LUNGHISSIMI BINARI, VIAGGIA UN TRENINO FAVOLOSO CHE AD OGNI STAZIONE CHE INCONTRA SUL SUO CAMMINO AGGIUNGE UN VAGONE. IL LOCOMOTORE DEL TRENINO PARTE DA SOLO DALLA STAZIONE DI LUZZARA. SE IL SUO VIAGGIO NON FINISCE MAI, QUANTI VAGONI POTRÀ ATTACCARE QUESTO FANTASTICO LOCOMOTORE?
Abbiamo cominciato subito a discutere su quante sono le stazioni, su come fa il viaggio a non finire e così via, ma non siamo riusciti a trovare una risposta accettata da tutti. Voi che risposta avreste dato?
(autore gruppo II A)

3. *Alla festa della scuola*
Per i giochi sportivi di fine anno scolastico Serena di V B ha proposto di preparare i pettorali con tutti i numeri che stanno sulla linea del numero. Lei dice che siccome partecipano tutti i bambini delle scuole elementari di Milano, occorrono tutti, ma proprio tutti, i numeri.
Michela dice che non è vero e comincia a contare.
Voi a chi date ragione? Perché?
Se ad ogni bambino viene dato un pettorale, è possibile che, se facciamo come dice Serena, un bambino rimanga senza pettorale? E che alla fine avanzino dei pettorali?
(autore gruppo II A)

4. *Il viaggio*
Nel regno di Re Infinito c'è una linea ferroviaria senza fine, nelle quale le stazioni sono indicate dai numeri 0, 1, 2, 3, …, 100, … , … e non non finiscono mai.
I treni che ci viaggiano sopra sono tre e partono tutti dalla stazione 0. Poi il primo si ferma a tutte le stazioni con un numero pari (e soltanto a queste), il secondo a tutte le stazioni con il numero che sta nella tabellina del 3 (cioè, 3, 6, 9, …, 90,…, 900, …) e soltanto a queste, mentre il terzo si ferma in tutte le stazioni con il numero che sta nella tabellina del 3 (cioè, 3, 6, 9, …, 90,…, 900, …) e soltanto in queste.
Se i treni non si fermano mai, quale dei tre fa più fermate?
(autore gruppo II B)

CLASSE III e *CLASSE IV*

1. Si possono costruire la successione dei numeri naturali e la successione dei numeri pari e poi porre il quesito se *sono di più i numeri naturali o i numeri pari*. Gli alunni di terza sanno che l'insieme N è infinito e che anche l'insieme dei numeri pari, dei 2n, è infinito. La difficoltà che incontrano è convincersi che *gli n sono tanti quanti i 2n.*

Allora si può mostrare che ad ogni *n* si può associare il suo doppio

0 → 2 x 0
1 → 2 x 1
2 → 2 x 2
3 → 2 x 3
…
n → 2 x *n*
…

e si possono studiare le proprietà di questa corrispondenza.
(autore gruppo III)

2. Si possono costruire la successione dei numeri naturali e la successione dei numeri dispari e poi porre il quesito se *sono di più i numeri naturali o i numeri dispari*. Gli alunni di terza sanno che i due insiemi sono infiniti. La difficoltà che incontrano è convincersi che *i naturali sono tanti quanti i dispari.*

Allora si può far vedere che, per esempio, si può associare ad ogni *n* il dispari 2*n* +1

0 → 0 + 1 = 1
1 → 2 + 1 = 3
2 → 4 + 1 = 5
…
n → 2*n* + 1
…

e si possono studiare le proprietà di questa corrispondenza.
I bambini, a questo punto, traggono la conclusione che proseguendo all'infinito i numeri di un insieme sono tanti quanti i numeri dell'altro insieme.
(autore gruppo III)

3. Più immediata è invece la risposta dei bambini alla domanda "*sono di più i numeri pari o i numeri dispari?*" Infatti, normalmente, costruendo la linea dei numeri appare evidente che i numeri si succedono alternando 2*n* e 2*n*+1.
Proseguendo la successione all'infinito i bambini concludono che i numeri pari sono tanti quanti i numeri dispari. (Un'immagine mentale che si rivela utile è quella della via che ha sulla destra ha le case con i numeri dispari e sulla sinistra quelle con i numeri pari)
(autore gruppo III)

Queste osservazioni si possono rendere più "pregnanti" con delle concrete attività manipolative.

4. Si possono costruire (o disegnare) delle bamboline di colori diversi e ad ogni colore si può "assegnare" un insieme numerico, per esempio:
ad ogni bambolina bianca si associa un numero naturale *n* (0, 1; 2; ...)
ad ogni bambolina rossa si associa un numero pari *2n* (0; 2; 4; …)
ad ogni bambolina verde si associa un numero dispari *2n+1* (1; 3; …)

Le bamboline di ogni colore si mettono in fila rispettando l'ordine crescente dei numeri assegnati. Si formano così tre file:
fila bianca 0; 1; 2; 3;……*n*…
fila rossa 0; 2; 4; 6;……2*n*…
fila verde 1; 3; 5; ……2*n*+1…
A questo punto si prendono le prime bamboline di ogni fila e le si uniscono per mano, poi si prendono le seconde bamboline di ogni fila e ancora le si uniscono per mano, e si continua così fino a quando si possono numerare le bamboline.
La numerazione può continuare all'infinito. Allora non è difficile convincersi che le bamboline bianche sono tante quante le bamboline rosse le quali a loro volta sono tante quante le bamboline verdi.
(autore gruppo III)

5. *La città del nove*
In questa città vige la regola per cui non possono circolare più di "nove" cose che si muovono dello stesso tipo e il vigile fa rispettare la regola con molto rigore.
Per le strade passeggiano le persone: una, due, tre, … nove. Quando sta per entrare la decima persona, il vigile attiva il suo terribile fischietto e manda fuori tutti! Ma le dieci persone ritornano in città a bordo di un solo pulmino. Sono dieci, ma transita un pulmino solo. La regola è rispettata! I visitatori continuano ad arrivare in città: entra una persona, ne entrano due, … , ne entrano nove, ma alla decima persona il vigile riattiva il fischietto. Escono i nove visitatori "a piedi" e rientrano tutti dieci a bordo di un secondo pulmino. Il gioco continua fino a quando transitano nove pulmini e nove pedoni. All'entrata del decimo pedone il vigile fa uscire tutti i pedoni e lascia circolare solo i nove pulmini. I dieci pedoni usciti si organizzano su un nuovo pulmino per entrare in città. Ma il vigile inflessibile attiva ancora il fischietto: sono dieci pulmini e non possono circolare. Fuori tutti! Ed ecco che entra in città un grosso autotrasporto con sopra i dieci pulmini ognuno dei quali ospita dieci persone. Ora in città transita un solo autotrasporto, ma dentro ci sono dieci pulmini e cento persone.
Fino a quando il gioco può continuare? Fino a quando si trova un "contenitore più grande che può contenere dieci oggetti più piccoli". Aiutati da treni, navi … e da un po'di fantasia i bambini concludono che si può continuare a contare e a raggruppare in base 10 … all'infinito.
(autore gruppo III)

6. *Tantissime… infinite?*
Ancora un gioco. Poniamoci fra due specchi ed osserviamo le nostre immagini in ogni specchio. Quante sono? Proviamo a contarle… Sono tantissime… Ma infinite? Forse nella realtà non sono neppure tantissime: il fatto è che noi non facciamo nessuna fatica a pensare che siano tantissime, addirittura infinite: ma sono due affermazioni ben diverse!
(autore gruppo III)

7. *Quanti triangoli?*
Disegniamo e facciamo disegnare ad ogni bambino un triangolo equilatero "grande". Congiungendo fra loro i punti medi dei lati otteniamo altri quattro triangoli equilateri. In ogni triangolo ottenuto uniamo ancora i punti medi dei lati. Quanti sono ora i triangoli? Continuiamo… Fino a quando potremo continuare? Quanti triangoli potremo ottenere?
(autore gruppo III)

CLASSE V

1. *Quanto pongo?*
Giovanni viene a scuola con un bel pezzo di pongo e durante l'intervallo ci gioca.
Carlo: "Me ne dai metà?"
Giovanni: "Sì".
Arriva Giulia: "Posso giocare? "
Giovanni: "?"
Giulia: "Ne voglio una parte uguale alla vostra."
Giovanni: "Allora la rimpastiamo e ce la dividiamo.'
Fino a quando?
(autore gruppo V A)

2. *Amici del 10*
Sono amici del 10 nell'addizione: 0 e 10, 1 e 9; 2 e 8, … insieme finito di coppie
Sono amici del 10 nella sottrazione: 10 e 0, 11 e 1; 12 e 2, … insieme infinito di coppie
Sono amici del 10 nella moltiplicazione: 1 e 10, 2 e 5, … insieme finito di coppie
Sono amici del 10 nella divisione: 20 e 2, 100 e 10, … insieme infinito di coppie
Sono di più le coppie di amici in quale caso?
(autore gruppo V A)

3. *Grandissimo, ma finito*
Per imparare a contare grandi quantità, trovando il modo di tenere il conto attraverso corrispondenze biunivoche, si possono portare a scuola delle scatole di pasta: maccheroni, maccheroncini, tempestina. Si può suddividere la pasta in altre scatole e chiedere ai bambini, divisi in gruppi, di contare i diversi tipi di pasta. Diventa naturale scegliere strategie diverse a seconda della dimensione e della quantità dei pezzi di pasta.
(autore gruppo V B)

4. *E io faccio +1*
Si suddivide la classe in due gruppi e ad ogni gruppo si danno degli oggetti da contare avendo la possibilità di attingere a un cesto magico che non si esaurisce o di avere un robot altrettanto magico che produce sempre nuove cose. La domanda è: quale gruppo conterà più oggetti dell'altro?
In alternativa si può avviare una gara a coppie: vince, in ogni coppia, chi sa dire o scrivere il numero più alto.
(autore gruppo V B)

5. *Paperino nel mondo della matemagica*
Dopo la visione del cartone animato "Paperino nel mondo della matemagica" ci si può fermare a riflettere sulle scene che introducono il concetto di infinito.
(autore gruppo V B)