SOLUZIONI - terza tappa

Cari colleghi,
solo qualche osservazione ricavata dalle prime correzioni.
1. Abbiamo spesso trovato elenchi di distintivi in cui comparivano o coppie di distintivi uguali oppure distintivi con un colore ripetuto. Ci sembra che il testo fosse abbastanza chiaro e in questa sensazione ci conforta il fatto che con 3 colori e 3 spazi le risposte siano per lo più corrette. Così spesso abbiamo - nelle risposte ai gruppi - sottolineato la necessità di tener conto delle indicazioni del problema e di operare i controlli finali. A noi sembra una questione importante alla quale abituare i ragazzi a prestare attenzione.
2. Spesso abbiamo chiesto ai gruppi se hanno trovato un modo generale (la mitica formula) per rispondere a domande analoghe con numeri più alti. A noi sembra che alcuni gruppi possano tranquillamente compiere questo passaggio, ma ovviamente fate l'uso che credete di questa osservazione.
3. Abbiamo continuato a chiedere il perché delle varie affermazioni: chiare e brevi spiegazioni sono il nostro obiettivo.
Nel dettaglio:

In prima
1. La prof di matematica sa che 3 colori con 3 spazi permettono di costruire solo 6 distintivi diversi.
GRV – GVR – RGV – RVG - VRG – VGR

2. La prof ha ragione: 4 colori con 4 spazi permettono di costruire 24 distintivi diversi

BGRV	GBRV	RBGV
BGVR	GBVR	RBVG
BRGV	GRBV	RVBG
BRVG	GRVB	….
BVRG	GVBR	
BVGR	GVRB	

Ci si può accorgere che sono 24
i) cercando e disegnando tutte le combinazioni possibili (occorre un po' di ordine per essere sicuri di non perderne, ma ce la si fa). Con 4 colori il compito è eseguibile, ma con 100 spazi e 100 colori?
ii) osservando che se fissiamo il primo (blu), poi gli altri 3 spazi possiamo riempirli nei 6 modi che abbiamo trovato prima con il rosso, il giallo e il verde. E siccome questa osservazione vale per tutti e 4 i colori, le possibilità sono 4x6=24. Si tratta di una buona osservazione che ci permette di estendere il calcolo a casi con numeri più grandi. Se avessimo 5 posti e 5 colori, avremmo - per ogni colore messo al primo posto - 24 possibilità (quelle legate a 4 posti con 4 colori) e quindi avremmo 5x24=120 possibilità… Dovremmo in ogni caso conoscere quante possibilità abbiamo al livello precedente, ma potremmo dare la risposta.
iii) osservando che il primo posto può essere riempito in 4 modi diversi, che per ognuno di questi modi il secondo posto può essere riempito in 3 modi diversi, che per ognuno di questi il terzo posto può essere riempito in 2 modi mentre il quarto è univocamente determinato. Quindi, in totale, 4x3x2x1 possibilità. E questa osservazione ci permette di calcolare facilmente le possibilità anche con numeri grandi. Con 100 spazi e 100 colori, per esempio, le possibilità sarebbero 100x99x98x97x…x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1, un numero enorme. Questo numero, in matematica, si chiama il fattoriale di 100 e si scrive 100!, con il punto esclamativo.

In seconda

1. La prof di matematica sa che 3 colori con 3 spazi permettono di costruire solo 6 distintivi diversi.
GRV – GVR – RGV – RVG - VRG – VGR

2. La prof ha ragione: 4 colori con 4 spazi permettono di costruire 24 distintivi diversi

BGRV	GBRV	RBGV
BGVR	GBVR	RBVG
BRGV	GRBV	RVBG
BRVG	GRVB	….
BVRG	GVBR	
BVGR	GVRB	

Ci si può accorgere che sono 24

i) cercando e disegnando tutte le combinazioni possibili (occorre un po' di ordine per essere sicuri di non perderne, ma ce la si fa). Con 4 colori il compito è eseguibile, ma con 100 spazi e 100 colori?
ii) osservando che se fissiamo il primo (blu), poi gli altri 3 spazi possiamo riempirli nei 6 modi che abbiamo trovato prima con il rosso, il giallo e il verde. E siccome questa osservazione vale per tutti e 4 i colori, le possibilità sono 4x6=24. Si tratta di una buona osservazione che ci permette di estendere il calcolo a casi con numeri più grandi. Se avessimo 5 posti e 5 colori, avremmo per ogni colore messo al primo posto 24 possibilità (quelle legate a 4 posti con 4 colori) e quindi avremmo 5x24=120 possibilità… Dovremmo in ogni caso conoscere quante possibilità abbiamo al livello precedente, ma potremmo dare la risposta.
iii) osservando che il primo posto può essere riempito in 4 modi diversi, che per ognuno di questi modi il secondo posto può essere riempito in 3 modi diversi, che per ognuno di questi il terzo posto può essere riempito in 2 modi diversi, mentre il quarto è univocamente determinato. Quindi, in totale, 4x3x2x1 possibilità. E questa osservazione ci permette di calcolare facilmente le possibilità anche con numeri grandi. Con 100 spazi e 100 colori, per esempio, le possibilità sarebbero 100x99x98x97x…x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1, un numero enorme. Questo numero, in matematica, si chiama il fattoriale di 100 e si scrive 100!, con il punto esclamativo.

3. Si avrebbero ancora 24 distintivi. Si possono fare diverse osservazioni per convincersene.
i) Si può provare a fare l'elenco: basta un po' d'ordine!
BGR BRG GBR GRB RBG RGB
BGV BVG VBG VGB GBV GVB
……………………………………………
ii) Ci sono 4 modi per scegliere tre colori fra i quattro fissati: BGR-BGV-BVR- RGV e per ognuno di questi modi ci sono 6 modi diversi per riempire i 3 spazi.
iii) Il primo spazio può essere riempito in 4 modi diversi. Per ognuno di questi modi, il secondo può essere riempito in 3 modi e il terzo in 2; quindi in totale 4x3x2= 24 modi diversi.

In terza

1. La prof di matematica sa che 3 colori con 3 spazi permettono di costruire solo 6 distintivi diversi.
GRV – GVR – RGV – RVG - VRG - VGR

2. La prof ha ragione: 4 colori con 4 spazi permettono di costruire 24 distintivi diversi

BGRV	GBRV	RBGV
BGVR	GBVR	RBVG
BRGV	GRBV	RVBG
BRVG	GRVB	….
BVRG	GVBR	
BVGR	GVRB	

Ci si può accorgere che sono 24

i) cercando e disegnando tutte le combinazioni possibili (occorre un po' di ordine per essere sicuri di non perderne, ma ce la si fa). Con 4 colori il compito è eseguibile, ma con 100 spazi e 100 colori?
ii) osservando che se fissiamo il primo (blu), poi gli altri 3 spazi possiamo riempirli nei 6 modi che abbiamo trovato prima con il rosso, il giallo e il verde. E siccome questa osservazione vale per tutti e 4 i colori, le possibilità sono 4x6=24. Si tratta di una buona osservazione che ci permette di estendere il calcolo a casi con numeri più grandi. Se avessimo 5 posti e 5 colori, avremmo per ogni colore messo al primo posto 24 possibilità (quelle legate a 4 posti con 4 colori) e quindi avremmo 5x24=120 possibilità… Dovremmo in ogni caso conoscere quante possibilità abbiamo al livello precedente, ma potremmo dare la risposta.
iii) osservando che il primo posto può essere riempito in 4 modi diversi, che per ognuno di questi modi il secondo posto può essere riempito in 3 modi diversi, che per ognuno di questi il terzo posto può essere riempito in 2 modi mentre il quarto è univocamente determinato. Quindi, in totale, 4x3x2x1 possibilità. E questa osservazione ci permette di calcolare facilmente le possibilità anche con numeri grandi. Con 100 spazi e 100 colori, per esempio, le possibilità sarebbero 100x99x98x97x…x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1, un numero enorme. Questo numero, in matematica, si chiama il fattoriale di 100 e si scrive 100!, con il punto esclamativo.

3. Si avrebbero ancora 24 distintivi. Si possono fare diverse osservazioni per convincersene.
i) Si può provare a fare l'elenco: basta un po' d'ordine!
BGR BRG GBR GRB RBG RGB
BGV BVG VBG VGB GBV GVB
……………………………………………
ii) Ci sono 4 modi per scegliere tre colori fra i quattro fissati: BGR-BGV-BVR- RGV e per ognuno di questi modi ci sono 6 modi diversi per riempire i 3 spazi.
iii) Il primo spazio può essere riempito in 4 modi diversi. Per ognuno di questi modi, il secondo può essere riempito in 3 modi e il terzo in 2; quindi in totale 4x3x2= 24 modi diversi.

4 Sono 8:
- con il blu centrale RVGV GVRV VRVG VGVR
- con il verde centrale RBGB GBRB BRBG BGBR

Grazie della collaborazione

la Redazione dei Giochi