

Metodologia e didattica: il laboratorio

Giorgio Bolondi

La matematica non si impara per contemplazione. Il fatto che il coinvolgimento attivo del discente sia una componente essenziale di ogni sano processo di insegnamento-apprendimento è dato oggi per scontato, qualunque sia l'insieme di conoscenze con il quale ci si sta confrontando. In matematica, però, questo è anche strettamente legato alla *natura* stessa della disciplina. In un testo classico, volendo rispondere alla domanda *Che cos'è la matematica?*, Courant e Robbins osservavano che filosofia, storia, epistemologia possono aiutarci, ma non ci danno la risposta; la matematica non è certo definita dal suo oggetto di studio, e solo parzialmente (e in maniera storico-contingente) è individuata dal suo metodo. *Non è la filosofia ma l'esperienza attiva che sola può rispondere alla domanda: che cos'è la matematica.* In altre parole, solo *facendo matematica* si può capire *cos'è la matematica*. Queste apparenti ovvietà servono a ricordarci che i nostri sforzi di insegnanti non dovranno essere diretti soltanto a limare, rifinire, cesellare quello che *noi* facciamo e diciamo, quanto soprattutto concentrarsi sul lavoro che fanno *i nostri allievi*. E questo lavoro non deve essere, ovviamente, solo un percorrere zelantemente e diligentemente delle tappe che la nostra esperienza e le nostre convinzioni ci hanno fatto predisporre per loro. Quali sono allora gli strumenti che un insegnante oggi ha a disposizione per far *fare matematica* ai propri ragazzi? Una parola chiave viene sempre ripetuta: facciamo *laboratorio di matematica*. *Laboratorio* è la parola magica che sembra promettere di cambiare e magari spezzare le catene dei contratti taciti o espliciti che dentro le mura delle scuole vincolano studenti, insegnanti, istituzioni, famiglie... Per poter individuare su quali temi, con quali strumenti, utilizzando quali metodologie un insegnante può cercare di *fare laboratorio* nel particolare contesto in cui svolge la propria attività vale la pena di fissare alcune caratteristiche del *lavoro di laboratorio*, così come è stato inteso normalmente dagli scienziati. Teniamo sempre ben presente una differenza sostanziale: il laboratorio dello scienziato è un laboratorio di *ricerca*, il nostro sarà un laboratorio di *apprendimento*; nel nostro caso c'è un *deus ex machina* che sa come potrebbero o dovrebbero andare a finir le cose.

1) In un laboratorio ci sono delle cose da comprendere: dati, fatti, situazioni da osservare, studiare, riprodurre, sistemare. **Si entra in laboratorio perché vogliamo capire qualcosa.** Chesterton diceva (parlando di se stesso) che ogni ragazzo passa da un'età magica in cui vuole scoprire, conoscere, comprendere tutto, a un'altra età in cui non vuole più sapere, né conoscere, né tanto meno comprendere la maggior parte delle cose di cui gli si parla, e che la scuola è tutt'altro che estranea a questo processo. Un laboratorio è quindi un luogo (non necessariamente fisico) in cui si entra con una *motivazione* forte, legata alla nostra voglia di sapere, in cui si rompono gli schemi scolastici. Per noi insegnanti, la sfida sarà il saper costruire situazioni in cui risvegliare questo ordine di motivazioni.

2) Di conseguenza, in un laboratorio **si parte dal problema, non dalla sua soluzione.** Questo è un punto particolarmente cruciale per noi matematici. Il punto finale di ogni ricerca matematica è la costruzione di una teoria formale, possibilmente generale, cristallina ed essenziale nella sua organizzazione logico-deduttiva, della quale tutte le situazioni concrete che incontriamo sono solo casi particolari. Sappiamo che questo punto di arrivo è spesso la porta che apre la strada a nuove avventure matematiche, che proprio la "perfezione" di Euclide è stata la spinta ad andare oltre Euclide stesso, sappiamo che la forza e il fascino della matematica stanno anche in questa capacità di sistemare in maniera apparentemente definitiva e non soggetta a discussioni le proprie scoperte... Però, però, però: questo è il *punto d'arrivo* del lavoro dei matematici, del lavoro in matematica. Non può mai essere il *punto di partenza* per i nostri ragazzi. La sistemazione formale è bella, è limpida e pulita, è ad essa che guardano i cantori delle doti estetiche della matematica; ma quando si

impara, quando si scopre, quando si cerca di comprendere, c'è anche un lavoro “sporco” da fare, e questo lavoro non può essere delegato ad altri. E chi di noi non ha provato in se stesso, o non ha visto sul volto di qualche allievo, la soddisfazione nel veder uscire una soluzione chiara, luminosa, da una congerie di dati disordinati, da una molteplicità di tentativi apparentemente incoerenti? Costruire una teoria in cui le definizioni e i teoremi si concatenano logicamente e con la maggiore stringatezza possibile può essere la meta del lavoro nostro e dei nostri ragazzi; ma troppo spesso (nel passato?) molti insegnanti si sono limitati a esporre queste concatenazioni di lemmi e teoremi, semplicemente intercalandoli con esercizi. Mentalità di laboratorio significa prima di tutto ribaltare questa prospettiva: non esponiamo una teoria, di cui presentiamo esempi, partiamo invece da un problema, una osservazione, un insieme di dati, e cerchiamo di vedere se riusciamo a costruire una spiegazione razionale e a organizzarla in una teoria. I naturalisti dei secoli scorsi amavano le classificazioni, e un bravo entomologo aveva come scopo classificare le farfalle, allineandole negli scaffali dei musei. Nessuno di noi si sognerebbe però di iniziare a parlare di scienze con i bambini davanti a una bacheca con centinaia di farfalle infilzate. Eppure, in matematica spesso presentiamo i nostri bei teoremi infilzati e ordinati....

3) **Non è possibile sapere a priori** di cosa avremo bisogno per comprendere la nostra situazione. Nel laboratorio si crea una situazione in cui si opera e si progetta, mobilitando tutte le conoscenze e le abilità di cui siamo capaci. Non solo i nostri ragazzi devono uscire dal tipico schema degli esercizi di matematica, in cui è lo stesso testo che ci indica cosa dobbiamo fare per risolverli, o in che ambito dobbiamo cercare la soluzione (...*esercizi con il più... equazioni spurie... integrali di funzioni razionalizzabili con la sostituzione taldeitali...*), ma devono essere pronti a usare tutti i propri saperi espliciti, e stimolati a esplicitare quelli impliciti.

4) In un laboratorio ben fatto, **il lavoro non è mai individuale**. La collaborazione tra diverse persone può attivarsi su molti piani e in molte forme, ma questo può avvenire solo lavorando su problemi concreti, che coinvolgono i ragazzi e l'insegnante come vere e proprie sfide. In orizzontale tra i gli studenti, e in verticale tra i singoli, il gruppo classe e l'insegnante, si può realizzare una collaborazione *costruttiva*. Il laboratorio può essere anche uno di quei fondamentali momenti in cui anche i ragazzi normalmente in difficoltà danno contributi, ne sono consapevoli, e i loro contributi sono riconosciuti e condivisi; un momento in cui anche gli studenti che di solito si defilano riescono a lanciarsi, e quelli che ormai hanno “chiuso” con la matematica (e gli insegnanti di matematica) provano a rimettersi in gioco.

5) Nella lavoro di laboratorio **non si riesce a tracciare una linea di demarcazione netta tra teoria e pratica**: ogni osservazione fatta sul campo, ogni situazione concreta può diventare spunto per una costruzione teorica; ogni snodo della teoria può essere confrontato con la realtà dei fenomeni. L'esperienza e la riflessione logica sull'esperienza stessa si fondono, e questo è proprio il nucleo del lavoro del matematico, il momento in cui scattano le procedure tipiche del pensiero matematico: definizione, astrazione, generalizzazione, schematizzazione, dimostrazione, verifica....

6) In laboratorio non si lavora a casaccio: **tutto ciò che si fa ha un suo senso, anche gli errori**, e contribuisce a costruire il significato dell'insieme di conoscenze al cui interno si opera. Anche i tentativi sbagliati, le strade che si rivelano senza uscita, le ripetizioni e i circoli viziosi in cui ci si ritrova, non arrivano per caso, senza senso. In laboratorio sperimentiamo veramente quella *dimensione costruttiva dell'errore* di cui tanto ha parlato Federigo Enriques, proprio a proposito dell'*errore in matematica*. Ricordiamoci, invece, che normalmente i nostri allievi, quando non sanno come risolvere un esercizio di matematica, vanno per tentativi assolutamente casuali, eseguono operazioni senza saperne il perché, applicano formule che non hanno nessuna relazione col problema dato, fanno cose completamente prive di senso. Si aspettano che la soluzione di un problema esca come un coniglio dal cilindro del prestigiatore, forse perché troppe volte, noi insegnanti, gliela abbiamo fatta apparire in questo modo. In un laboratorio, imboccare una strada sbagliata spesso è la chiave per individuare, riflettendo, la strada giusta.

7) Per risolvere i problemi posti dalle situazioni concrete di laboratorio, **l'intuizione si unisce al rigore, la fantasia al metodo, l'inventiva al mestiere**. Questo è particolarmente importante per la

matematica: il ragionamento matematico è così formativo, così importante, così “bello” perché non è logica astratta da software di calcolo simbolico: è *logica cartesiana in azione*.

Con queste linee guida, è possibile immaginare molte situazioni utilizzabili nel nostro quotidiano lavoro di insegnanti. Nel secolo scorso ogni università d'Europa, e anche molti istituti d'istruzione superiore, aveva il proprio *gabinetto di strumenti e modelli matematici*, in cui venivano raccolti modelli in gesso, celluloidi, filo di ferro, legno. Modelli di oggetti geometrici, soprattutto, su cui gli studenti di matematica esercitavano la propria intuizione e la capacità di visualizzazione. Felix Klein vi dedicò molte energie, ma anche Giuseppe Veronese, in Italia, cercò a lungo di creare un *laboratorio nazionale* in cui i nostri studenti di matematica potessero *creare e costruire* modelli; in questa attività il Veronese vedeva una possibilità formativa eccezionale. Questa idea di laboratorio è molto legata a quella di luogo fisico dedicato, ma l'idea che la costruzione e la manipolazione di modelli di oggetti astratti (la superficie romana dello Steiner, la varietà di Kummer...) possa servire anche a un livello alto di istruzione matematica ci dice comunque qualcosa. Ci dice, in particolare, che l'attività matematica necessita anche di una capacità di *visualizzazione* che va sviluppata con gli strumenti opportuni-il laboratorio è un momento per fare questo. D'altra parte, già cinquant'anni fa, Emma Castelnuovo insegnava che è tutta la classe che deve essere un laboratorio di matematica: in essa devono essere disponibili *materiali per la sperimentazione e la costruzione*. Così nelle sue aule si trovavano cartoncini, fili, elastici, arnesi da bricolage, colla... tutto serviva a provare, rappresentare, sperimentare. Anche questa è una lezione ancora molto utile oggi: la sperimentazione deve precedere la spiegazione teorica, il bambino deve partire dal caso particolare per poi scoprire la generalità. Anche *disegnare* può diventare attività di laboratorio. Così lo intendeva Giovanni Vailati, quando insisteva sul fatto che senza un adeguato esercizio di disegno geometrico, fatto con l'obiettivo di *scoprire* le proprietà delle figure geometriche, era difficile comprendere la geometria euclidea e la struttura della sua sistemazione logica. D'altra parte, non è che queste situazioni di laboratorio siano per forza non rigorose: anzi, offrono l'occasione per i primi ragionamenti, per i primi frammenti di catena deduttiva, che poi si cercherà di sistemare in un unico filo. Come diceva sempre Vailati, può essere che provando e disegnando la situazione concreta in cui ci troviamo ci conduca a fare un ragionamento in cui si usano più ipotesi del necessario, ma *una dimostrazione, nella quale si faccia uso di supposizioni o di premesse più numerose, o anche affatto differenti da quelle che nella trattazione sistematica successiva figureranno nella lista degli assiomi o postulati, non cessa per questo di essere logicamente corretta, e di poter contribuire in tale qualità ad educare e ad affinare l'abitudine nell'alunno a ragionare in modo preciso e rigoroso*.

Un laboratorio di oggi, naturalmente, non può ignorare l'esistenza dei computer e delle calcolatrici tascabili. Oggi i nostri ragazzi hanno la possibilità di esplorare le proprietà delle operazioni liberi dalle fatiche del calcolo con carta e penna (che, ricordiamolo sempre, è importantissimo e indispensabile ma non è un fatto assoluto; è uno strumento che è variato ed è stato affinato nel corso tempo, varia nello spazio, e dipende in modo sostanziale da fattori del tutto convenzionali come il sistema di scrittura dei numeri). Una volta eseguito diligentemente con carta e penna 27×53 , i nostri ragazzi potranno fare con la calcolatrice 27×54 , 26×53 , $2,7 \times 5,3$, e così via, esplorando e ragionando, congetturando e confutando, verificando e confermando ipotesi. Con i computer, si può simulare, modellizzare, avere molto materiale su cui ragionare, molti dati con i quali cercare di costruire e verificare ipotesi. Ma naturalmente questo non può venire fatto *ex cathedra*, mostrando delle schermate (come fanno alcuni testi delle nostre scuole: scrivete così...mettete questi dati... il computer vi mostra questa schermata...): devono essere i ragazzi a fare, sperimentare, scoprire.

Anche i *giochi matematici* forniscono materiale perfetto per un laboratorio di matematica, specialmente se vengono fatti a piccoli gruppi. Dedicare due ore al mese ai giochi: la maniera più facile per creare un primo laboratorio, che può anche diventare un club scolastico e lavorare in rete con altre scuole.

Non c'è bisogno che il laboratorio abbia un proprio spazio fisico dedicato: è però necessario che disponga di un proprio *tempo* ben definito, una propria fisionomia che lo distingua dalle normali ore scolastiche. Qualunque sia la forma in cui viene realizzato, deve riuscire a far sì che i ragazzi si mettano in gioco: e la condizione necessaria perché ciò avvenga è che gli insegnanti per primi si mettano in gioco, rischiando le proprie energie, la propria inventiva, e un po' anche la propria faccia.